Teoría de la Firma

Alvaro J. Riascos Villegas
Universidad de los Andes

Septiembre 2 de 2014

Contenido

Tecnología

- Un plan de producción (neto) de L bienes es un vector $y \in R^L$. Valores positivos denotan productos y valores negativos denotan insumos.
- Una firma la caracterizan los planes de producción que son tecnológicamente posibles. Denotamos este conjunto de producción o conjunto de capacidades tecnológicas por $Y \subset R^L$.
- Es importante resaltar que el conjunto de capacidades tecnológicas no hace referencia a la disponibilidad de recursos, sólo a las posibilidades tecnológicas.

Tecnología

- Comúnmente este conjunto se describe mediante una función de transformación $F : R^L \to R$ tal que:

  1. $Y = \{y \in R^L : F(y) \leq 0\}$.
  2. $F(y) = 0$ si y sólo si y está en el borde de Y.

  El conjunto $\partial Y = \{y \in R^L : F(y) = 0\}$ se conoce como la frontera de transformación o la frontera de posibilidades de producción.

Tecnología

- Las siguientes son las propiedades más importantes que se suelen suponer del conjunto de capacidades de producción. No todas ellas son compatibles.
- No vacio.
- Es un conjunto cerrado en R^L.
- No hay arbitrage: $Y \cap R^L_+ \subset \{0\}$.
- Posibilidad de parar: $0 \in Y$.
- Libre disposición: Si $y \in Y$, $y' \leq y$ entonces $y' \in Y$.

Tecnología

- Retornos de escala no crecientes: Si $y \in Y$ entonces para todo $\alpha \in [0, 1]$, $\alpha y \in Y$.
- Retornos de escala no decrecientes: Si $y \in Y$ entonces para todo $\alpha \geq 1$, $\alpha y \in Y$.
- Retornos constantes de escala: si se cumplen (6) y (7). Geométricamente Y es un cono.

Tecnología

- Aditividad o entrada libre: Si $y \in Y$ y $y' \in Y$ entonces $y + y' \in Y$. La interpretación como entrada libre se refiere al caso en el que Y es el conjunto de posibilidades de producción agregado de la economía. Si una firma incumbente puede producir $y \in Y$ y una firma entrante $y' \in Y$, entonces se debe poder producir $y + y' \in Y$ (no hay interferencia).
- Convexidad: Y es convexo. Si la tecnología permite parar entonces la convexidad implica retornos no crecientes de escala.
- Cono convexo: Retornos constantes de escala y convexidad.

Tecnología

Theorem

El conjunto de posibilidades de producción es aditivo y satisface la propiedad de retornos no crecientes de escala si y sólo si es es un cono convexo.

- Cuando la firma produce un único bien es común describir su tecnología utilizando una función de producción $f: R_+^{L-1} \to R$ tal que si $(x_1, ..., x_{L-1}) \in R_+^{L-1}$ denota los insumos de producción entonces $f(x_1, ..., x_{L-1})$ denota la máxima cantidad que se puede producir con esos insumos.
- Luego el conjunto de capacidades tecnológicas de la firma se puede describir mediante la siguiente función de transformación:

$$Y = \{(-x_1, ..., -x_{L-1}, y) \in R^L : x_l \geq 0,\ y \leq f(x_1, ..., x_{L-1})\} \tag{1}$$

- Obsérvese que la función de transformación se puede definir como $F(x_1, ..., x_L) = x_L - f(-x_1, ..., -x_{L-1})$.

Tecnología

- Para el caso de un solo producto, las propiedades sobre el conjunto de posibilidades tecnológicas se traducen fácilmente en propiedades sobre la función de producción que lo define.
- Por ejemplo, la tecnología es convexa si sólo si la función de producción es cóncava.

Example

La función de producción CES homogénea de grado uno para el caso de dos insumos se define como:

$$y = (\alpha x_1^\rho + (1-\alpha)x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$$

donde $\rho < 1$, $\rho \neq 0$.

Contenido

Maximización del beneficio

- En esta seción vamos a suponer que las firmas tienen como objetivo maximizar su beneficio (esta hipótesis no es completamente obvia ya que debería de deducirse de los objetivos de los dueños de firma).
- Sea $p \in R^L_{++}$ el vector de precios de los L commodities.
- Suponemos que el conjunto de posibilidades de producción de la firma es no vacio, cerrado y satisface la propiedad de libre disposición.
- El problema de maximización de beneficios es:

$$\begin{aligned} & \max p \cdot y \\ & s.a \\ y \in \; & Y \end{aligned}$$

Maximización del beneficio

- Definimos la función valor de este problema como la función de beneficio $\pi(p)$ y la correspondencia de oferta $y(p)$ como el conjunto de vectores que resuelven el problema de maximización del beneficio.
- Obsérvese que el conjunto de posibilidades de producción satisface la propiedad de retornos no crecientes de escala entonces $\pi(p) \leq 0$ o $\pi(p) = \infty$.

Algunas propiedades de la función de beneficios. Con las hipótesis anteriores sobre Y (conjunto no vacio, cerrado y satisface la propiedad de libre disposición):

- π es homogénea de grado uno.
- π convexa.
- y es homogénea de grado cero.
- Si Y es convexo entonces y es una correspondencia convexa. Si Y es estrictamente convexo entonces y es una función (cuando no es vacia).

Maximización del beneficio

Algunas propiedades de la función de beneficios. Con las hipótesis anteriores sobre Y (conjunto no vacio, cerrado y satisface la propiedad de libre disposición):

- Lema de Hotelling: Si $y(p)$ es un solo punto entonces π es diferenciable y $\nabla\pi(p) = y(p)$.
- Ley de la oferta: Si y es una función diferenciable en p entonces:

  $$\nabla y(p) = \nabla^2\pi(p)$$

  es simétrica y positiva semidefinida. Además, $\nabla y(p) \cdot p = 0$

Maximización del beneficio

- Obsérvese que la ley de la oferta se cumple para insumos y productos. Además, la ley de la oferta es independiente del nivel de precios, siempre se cumple, pues en este caso no existe un efecto ingreso (no hay reestricción presupuestal).

- Agregación: Supongamos que existen un número finito de firmas cada una con una tecnología no vacia, cerrada y que satisface la propiedad de libre disposición.
- Es obvio como definir un conjunto de posibilidades agregado. Ahora, el resultado importante que podemos interpretar como un resultado de descentralización del proceso productivo bajo competencia perfecta es, para todo $p >> 0$:

Maximización del beneficio

1. La función de beneficio de la tecnología agregada es la sumas de las funciones de beneficio.
2. La correspondencia de planes de producción óptimos agregada es la suma de las correspondencias de planes de producción óptimos.

- Eficiencia: El concepto de eficiencia será un tema central y recurrente en la teoría del equilibrio general. Un concepto básico es el siguiente.

Definition (Eficiencia productiva)

Un plan de producción $y \in Y$ es eficiente si no existe $y' \in Y$, $y' \neq y$ tal que $y' \geq y$.

- Obsérvese que este es un concepto de eficiencia asociado una tecnología específica. Por eso podríamos decir que es un concepto de eficiencia a nivel privado.
- Un resultado importante que sirve como antesala a uno de los resultados más importantes de la teoría económica, el primer teorema de la economía del bienestar, es la siguiente proposición que puede interpretarse como una versión de éste.

Maximización del beneficio

Theorem (Maximización del beneficio y eficiencia productiva)

Si $y \in Y$ es un plan de producción óptimo para algún $p >> 0$ entonces y es eficiente.

Demostración.

Por contradicción. $\square$

- El converso de este resultado es parcialmente cierto cuando la tecnología es convexa (afirma la existencia de un $p \geq 0$).
- El converso es cierto en el caso de la tecnología del modelo de actividad lineal).
- Estos resultados son versiones del segundo teorema fundamental de la economía del bienestar.